**6. Задача численного дифференцирования. Построение формул численного дифференцирования, погрешность. Некорректность задачи численного дифференцирования. Разностные производные 1 и 2 порядков.**

Численное дифференцирование - нахождение значений производных заданной функции y=f(x) в заданных точках x по значениям функции в этих точках.

Случаи, обуславливающие необходимость численного диффер: незнание аналитического вида f(x), сильное усложнение функции после дифференцирования и тд.

Источником формул численного дифференцирования, является полиномиальная интерполяция. Для этого достаточно заменить функцию её интерполяционным многочленом Ln(x) и вычислить производные многочлена.

Рассмотрим неравномерную сетку:

Получим формулы числ. диф. с помощью многочлена Лагранжа построенного для функции f(x)по трём точкам : (Для построение формул можно использовать ЛЮБОЙ интерполяционный многочлен: Ньютона, Сплайны и тд.)

Данное выражение можно принять за приближенное значение в любой точке .

Запишем его в виде: ,

Где

При x=, , и если сетка равномерна ,

То получим центральную разностную производную:

Вычисляя вторую производную , получим приближённое выражение для :

, на равномерной сетке получим вторую разностную производную:

Для вычисления дальнейших производных необходимо привлекать многочлены более высокого порядка, при этом увеличивая число узлов, участвующих в аппроксимации.

В формулах численного дифференцирования с постоянным шагом {\displaystyle h}h значения функции {\displaystyle f({x})}f(x)  делятся на {\displaystyle h^{r}} , где {\displaystyle r}r -порядок вычисляемой производной. Поэтому при малом h{\displaystyle h} неустранимые погрешности в значениях функции {\displaystyle f({x})}f(x) оказывают сильное влияние на результат численного дифференцирования. Таким образом, возникает задача выбора оптимального шага {\displaystyle h}h, так как погрешность собственно метода стремится к нулю при  {\displaystyle h\to {0}}, а неустранимая погрешность растет. В результате общая погрешность, которая возникает при численном дифференцировании, может неограниченно возрастать при {\displaystyle h\to {0}}. Поэтому операцию численного дифференцирования считают некорректной.